- En cada ejercicio **JUSTIFIQUE CLARAMENTE** sus respuestas.
- Enumere todas las hojas y escriba su nombre y apellido en cada una.

Ejercicio 1. Se desea estimar el valor de e utilizando la función $f(x) = e^x$.

(a) Calcular una expresión general para el polinomio de Taylor de orden n centrado en 0 de la función $f(x) = e^x$, $P_{n,0}(x)$.

(b) Estimar el valor de e evaluando el polinomio de Taylor de orden 4, $P_{4,0}(x)$, en un valor adecuado de x.

(c) Dar una cota para el error de la aproximación obtenida en el inciso anterior. (Ayuda: usar que $2 < e < 3$ donde sea necesario.)

Ejercicio 2. Sean $g(x) = \dfrac{2 - e^x + x^2}{9} + 1.5$ y el intervalo $I = [1, 2.5]$.

(a) Mostrar que $g(x)$ tiene un único punto fijo en I.

(b) Si se aplica el método de punto fijo iniciando con un $x_0 \in I$, estimar el número de iteraciones necesarias para que $|x_n - x_*| \leq 10^{-4}$.

Ejercicio 3. Evaluar el polinomio $P(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ en $x = 2.19$ utilizando aritmética de punto flotante de 4 dígitos decimales. Evaluarlo luego con la misma aritmética, usando la expresión alternativa $P(x) = ((x - 3)x + 3)x - 1$ (Esquema de Horner). Comparar ambos resultados con el resultado exacto $P(2.19) = 1.685159$ y sacar conclusiones.

Ejercicio 4. Se consideran las siguientes tres opciones para aproximar la función $f(x) = \sqrt{x}$ en el intervalo $[1, 4]$:

- Polinomio de Taylor $T(x)$ de grado 2 centrado en $x = 1$.
- Polinomio interpolante $P(x)$ de grado 2 que coincide con $f(x)$ en $x = 1, \frac{9}{4}, 4$.
- Spline lineal $S(x)$ que coincide con $f(x)$ en $x = 1, \frac{9}{4}, 4$.

(a) Estimar el error que se obtiene al aproximar $\sqrt{3}$ con cada una de las funciones T, P y S. (No es necesario construir las tres funciones).

(b) Según lo obtenido en (a) ¿Cuál de las 3 funciones T, P y S aproxima mejor a $\sqrt{3}$?

(c) Evaluar explícitamente en 3 la función obtenida en (b).

Ejercicio 5. (a) ¿Es posible que el algoritmo de bisección converja a una raíz de $f(x)$ en $[a, b]$ aún si no se cumple en el inicio del mismo que $f(a)f(b) < 0$? (Asumir que no se chequea esta condición al comienzo del mismo).

(b) Si cuatro puntos distintos $(x_0, y_0), \ldots, (x_3, y_3)$ son interpolados por un polinomio de grado 2 ¿Es posible encontrar un polinomio de grado 3 que interpole los datos?